

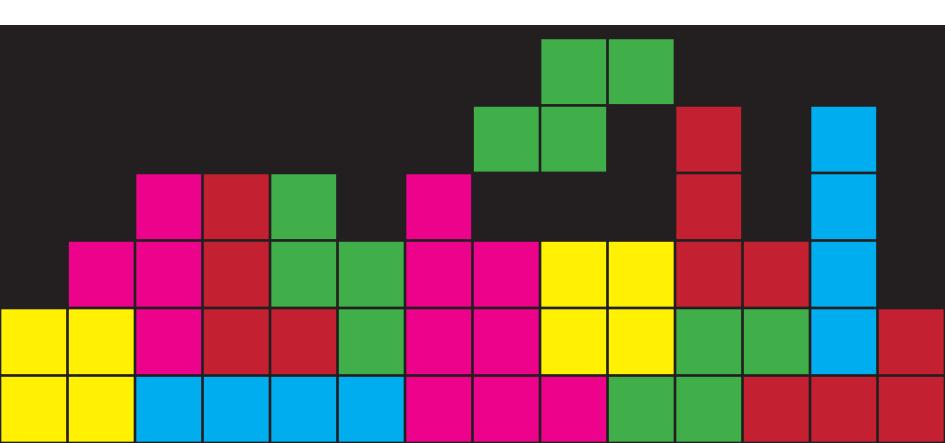






# Programación Unidad Didáctica 4º ESO - Matemáticas Académicas

# En busca de las causas



# En Busca de las Causas

#### Estadística Bidimensional

#### Objetivos.

- Utilizar y representar variables aleatorias bidimensionales.
- Resolver problemas utilizando las propiedades de las variables bidimensionales.
- Comprender el concepto de recta de regresión y conocer su cálculo.
- Saber distinguir entre causalidad y correlación.

## Contenido vinculado a prevención de discurso de odio y desinformación

• Aunque limitada, dados los conocimientos y herramientas de que disponen los alumnos en este curso, la búsqueda de algunas causas de la pobreza puede ayudar a desmentir aseveraciones tales como que los países en vías de desarrollo no avanzan por motivos culturales o raciales. El dotar a los alumnos de orígenes de información fiables en los que pueden investigar de manera autónoma y sobre los que pueden aplicar sus conocimientos es una buena forma de ayudarles a desarrollar el espíritu crítico.



#### Medidas de centralización

y dispersión: interpretación, análisis y utilización. Comparación de distribuciones mediante el uso conjunto de medidas de posición y dispersión. Construcción e interpretación de diagramas de dispersión. Introducción a la correlación.

Expresa verbalmente, de forma razonada, el proceso seguido en la resolución de un problema, con el rigor y la precisión adecuada.

Expone y defiende el proceso seguido además de las conclusiones obtenidas, utilizando distintos lenguajes: algebraico, gráfico, geométrico y estadístico-probabilístico.

Expresar verbalmente, de forma razonada el proceso seguido en la resolución de un problema.

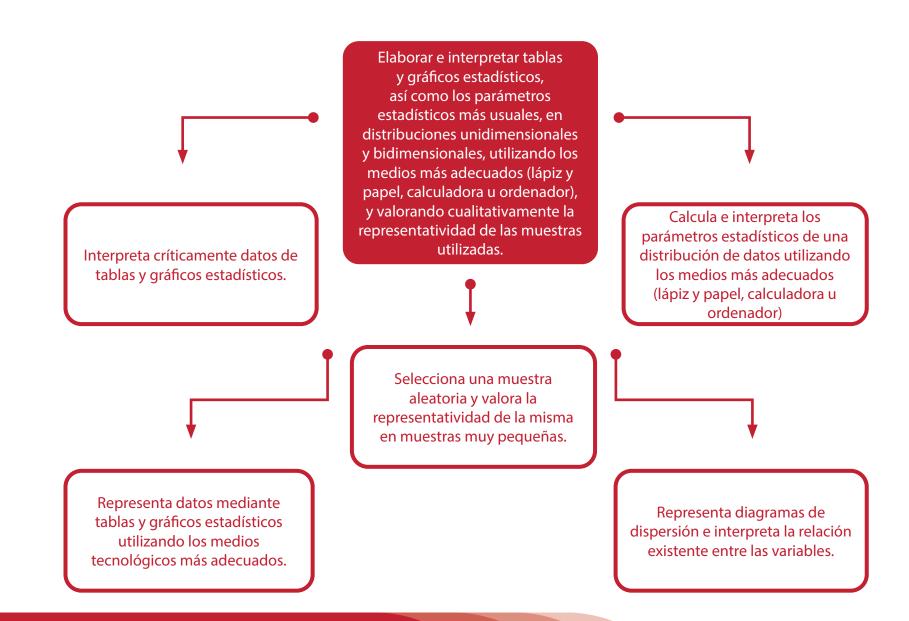
Elaborar y presentar informes sobre el proceso, resultados y conclusiones obtenidas en los procesos de investigación.

Matemáticas Académicas 4º ESO

Utilizar el lenguaje adecuado para la descripción de datos y analizar e interpretar datos estadísticos que aparecen en los medios de comunicación.

Utiliza un vocabulario adecuado para describir, cuantificar y analizar situaciones relacionadas con el azar.

Estadística Bidimensional 4º ESO



Competencia	Dimensión	Indicador
Comunicación Lingüística CL	Comunicación oral: Hablar, conversar y escucha	CL 1.1., CL 1.2, CL 1.3 CL 1.5, CL 1.6, CL 1.7
Competencia Matemática y Competencias básicas en Ciencia y Tecnología CMCT	Utilización de conceptos, razonamientos y procedimientos matemáticos para describir la realidad.	CD 1.1, CD 1.2, CD 1.3, CD 1.4, CD 1.5, CD 1.6
	Utilización de conceptos y procedimientos del razonamiento matemático para resolver problemas cotidianos.	CMCT 2.1, CMCT 2.2, CMCT 2.3 CMCT 2.4, CMCT 2.5, CMCT 2.6, CMCT 2.7, CMCT 2.8, CMCT 2.9
	Utilización del pensamiento y método científico	CMCT 5.1, CMCT 5.2, CMCT 5.3, CMCT 5.4, CMCT 5.6, CMCT 5.7
	Utilización de los conocimientos científicos y tecnológicos en la toma de decisiones	CMCT 6.1, CMCT 6.4, CMCT 6.5
Competencia Digital CD	Transformación de la información en conocimiento	CD 1.1, CD 1.2, CD 1.3, CD 1.5, CD 1.6
	Uso de las TIC y sus lenguajes	CD 2.1, CD 2.2, CD 2.4, CD 2.5
Competencias Sociales y Cívicas CSC	Habilidades de convivencia	CSC 1.1, CSC 1.2, CSC 1.3, CSC 1.4, CSC 1.5 CSC 1.6
	Trabajo en equipo	CSC 2.1, CSC 2.2, CSC 2.3, CSC 2.4., CSC 2.5
	Interpretación del mundo social	CSC 3.1., CSC 3.2, CSC 3.3, CSC 3.4
	Interculturalidad	CSC 4.1, CSC 4.2, CSC 4.3, CSC 4.4
	Ejercicio activo de la ciudadanía	CSC 5.1, CSC 5.2, CSC 5.4
Conciencia y expresiones culturales CEC	Interculturalidad (también en la competencia social y ciudadana)	CEC 2.8, CEC 2.10, CEC 2.11
Aprender a Aprender CPAA	Regulación de las propias capacidades (metacognición)	CPAA 1.1, CPAA 1.2, CPAA 1.3, CPAA 1.4, CPAA 1.5, CPAA 1.6, CPAA 1.7
	Manejo de recursos y técnicas de aprendizaje	CPAA 2.1, CPAA 2.2, CPAA 2.3, CPAA 2.4 CPAA 2.5
Sentido de Iniciativa y espíritu emprendedor SIE	Conocerse y confiar para tomar decisiones	SIE 1.1., SIE 1.2,. SIE 1.3, SIE 1.4. SIE 1.5 SIE 1.6

Introducción a la estadística bidimensional: doble entrada y covarianza.

Actividad de Inicio o de activación 10 minutos

Para comenzar la Unidad Didáctica sobre estadística bidimensional se hace en directo una búsqueda sobre CORRELACIÓN en la sección de Noticias de Google

https://www.google.com/search?q=correlacion&sxsrf=ALeKk03WMwuBWASHSfSKM3jMV\_



Se trata de que vean que el análisis estadístico es un tema con una incidencia constante en la realidad. Según las noticias que se muestren se puede hacer un comentario. Si hay alguna especialmente relevante o atractiva, se puede hasta leer y comentar en clase. Es una buena manera de despertar su interés por el tema.

Previo al desarrollo de la actividad se debe pedir a los alumnos que traigan anotado de casa su peso individual en Kg y un metro para medir. A continuación, por parejas, se les pide que midan su altura en centímetros y la anoten junto al peso. Cuando todos hayan acabado, se anota en la pizarra los valores de peso y altura de cada alumno. Designamos por X a la variable que recoge el peso e Y a la que recoge la altura.

Como ya se habrá trabajado la Estadística Unidimensional, se les pide ahora que calculen, para cada una de estas dos variables por separado su media aritmética, su varianza y su desviación típica. Mientras los alumnos realizan la tarea, el profesor anota la tabla de doble entrada en una hoja de cálculo, ya que se necesitará en la siguiente sesión.

Se les pide que, una vez terminado el trabajo individual, cotejen los resultados obtenidos con los de su compañero, para verificar que han calculado las medidas correctamente.

Actividades de desarrollo (Conocer) 20 minutos Actividades de desarrollo o aplicación (Consolidar) 15 minutos Una vez terminado el cálculo de las medidas, el profesor explica cómo representar los datos obtenidos de peso y altura en un diagrama de ejes coordenados mediante una nube de puntos poniendo cuidado en que la escala sea los suficientemente ajustada para que se intuya la más que posible correlación.

Una vez dibujada la nube de puntos en la pizarra al profesor pregunta: ¿qué observáis? De manera natural debe surgir la idea de correlación. También es interesante reflexionar sobre la idea de dispersión.

Tras la explicación de construcción de la gráfica y el breve diálogo, se introduce el concepto de covarianza. Se les explica cómo se calcula y se les pide calcular este nuevo parámetro para la variable bidimensional, peso-altura con la que estamos trabajando.



Terminada la actividad de consolidación se termina la sesión con la rutina de las Preguntas Estrella: se hace una breve lluvia de ideas sobre preguntas que pueden plantearse una vez visto el contenido de esta sesión y se seleccionan una o dos (no se contestan) que servirán de punto de inicio en la sesión siguiente.

Actividad final: metacognición o transferencia 10 minutos

### Mecanismos de Evaluación

Estándares o criterios de evaluación	4.4.1. Interpreta críticamente datos de tablas y gráficos estadísticos.	4.4.3. Calcula e interpreta los parámetros estadísticos de una distribución de datos utilizando los medios más adecuados (lápiz y papel, calculadora u ordenador).	4.4.4. Selecciona una muestra aleatoria y valora la representatividad de la misma en muestras muy pequeñas.
Indicadores competenciales	CL 1.1, CL 1.2, CL 1.3, CL 1.5, CL 1.6, CL 1.7	CMCT 1.1, CMCT 1.2, CMCT 1.3, CMCT 1.4, CMCT 1.5, CMCT 1.6, CMCT 1.7, CMCT 1.8, CMCT 2.1, CMCT 2.2, CMCT 2.3, CMCT 2.4, CMCT 2.5, CMCT 2.6, CMCT 2.7, CMCT 2.8, CMCT 2.9, CMCT 5.1, CMCT 5.2, CMCT 5.3, CMCT 5.4, CMCT 5.6, CMCT 5.7, CMCT 6.1, CMCT 6.4, CMCT 6.5	CPAA 1.1, CPAA 1.2, CPAA 1.3, CPAA 1.4, CPAA 1.5, CPAA 1.6, CPAA 1.7, CPAA 2.1, CPAA 2.2, CPAA 2.3, CPAA 2.4, CPAA 2.5
Herramientas de evaluación	Observación directa. Se puede recoger, de alguna manera, el nivel de conocimiento del tema previo de estadística unidimensional.		

#### 2ª Sesión

#### Correlación

Actividad de Inicio o de activación 10 minutos

Se recuperan las preguntas Estrella seleccionadas al final de la sesión anterior y se trata de dar respuesta a ellas. Puede que los alumnos sean capaces de responder o, quizá, el profesor pueda sugerir pistas. Estos primeros minutos de la sesión tienen como objetivo que los alumnos reflexionen sobre lo visto en la anterior y, también, que creen expectativas de curiosidad de cara a ésta.

El profesor recupera la hoja de cálculo con los datos de peso y altura de los alumnos de clase. Sería interesante también que hubiera recreado, en esa misma hoja de cálculo, el gráfico de nube de puntos que realizó en la pizarra durante la anterior sesión.

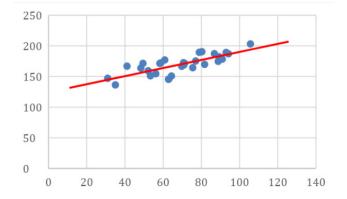
Se pide a los alumnos que dibujen el diagrama en su cuaderno de la manera más ajustada posible y que, una vez tengan los puntos, traten de dibujar una recta que ajuste los datos como se muestra en el ejemplo.

No se debe explicar en qué consiste el "ajuste". Se trata de que, intuitivamente, lo descubran.

Una vez trazada la recta, se les pide que, con los conocimientos de Geometría que tienen, estimen la pendiente de esa recta y que comparen sus resultados con un compañero: que discutan las discrepancias y que verifiquen que han realizado los cálculos de manera correcta. Cuando los tengan se puede establecer un breve diálogo para compartir los resultados.

Actividades de desarrollo (Conocer) 20 minutos





Actividades de desarrollo o aplicación (Consolidar) 15 minutos Una vez terminada la puesta en común el profesor explica los conceptos de coeficiente de Pearson y rectas de regresión.

Cuando los ha explicado, pide a los alumnos que calculen el coeficiente de Pearson y las rectas de regresión Y sobre X y X sobre Y para la variable peso-altura con la que estamos trabajando.

Se pide a los alumnos que trasladen a su cuaderno o a alguna herramienta TIC un mapa mental que relacione los contenidos trabajados en la unidad de estadística unidimensional y los nuevos conceptos aprendidos. Pueden cotejar su mapa con el de sus compañeros para enriquecerlos. Actividad final: metacognición o transferencia 10 minutos

#### Mecanismos de Evaluación

Estándares o criterios de evaluación	4.4.1. Interpreta críticamente datos de tablas y gráficos estadísticos.	4.4.2. Representa datos mediante tablas y gráficos estadísticos utilizando los medios tecnológicos más adecuados. 4.4.3. Calcula e interpreta los parámetros estadísticos de una distribución de datos utilizando los medios más adecuados (lápiz y papel, calculadora u ordenador).	4.4.4. Selecciona una muestra aleatoria y valora la representatividad de la misma en muestras muy pequeñas.
Indicadores competenciales	CL 1.1, CL 1.2, CL 1.3, CL 1.5 CL 1.6, CL 1.7	CMCT 1.1, CMCT 1.2, CMCT 1.3, CMCT 1.4, CMCT 1.5, CMCT 1.6, CMCT 1.7, CMCT 1.8 CMCT 2.1, CMCT 2.2, CMCT 2.3 CMCT 2.4, CMCT 2.5, CMCT 2.6 CMCT 2.7, CMCT 2.8, CMCT 2.9, CMCT 5.1, CMCT 5.2, CMCT 5.3, CMCT 5.4, CMCT 5.6 CMCT 5.7, CMCT 6.1, CMCT 6.4	CPAA 1.1, CPAA 1.2, CPAA 1.3, CPAA 1.4, CPAA 1.5, CPAA 1.6, CPAA 1.7, CPAA 2.1, CPAA 2.2, CPAA 2.3, CPAA 2.4, CPAA 2.5
Herramientas de evaluación	Participación e implicación en el grupo de trabajo. Calidad de las respuestas aportadas. El mapa conceptual final también es evaluable.		

#### ¿Correlación o causalidad?

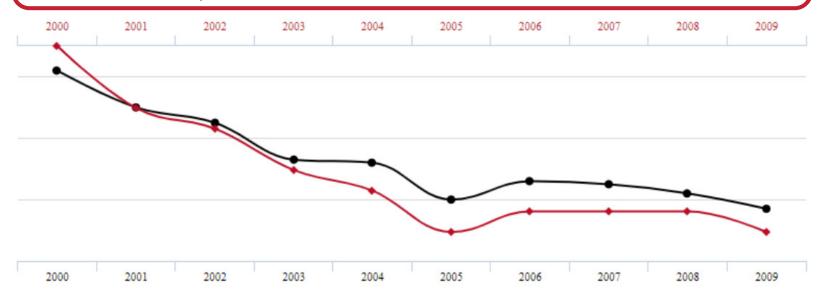
Actividad de Inicio o de activación 10 minutos

Antes de iniciar la sesión, el profesor escoge algún ejemplo de correlación espuria de esta web, eliminando los títulos de las variables escogidas:

#### https://www.tylervigen.com/spurious-correlations

Por ejemplo, se les pide que opinen sobre los representado en estas dos series de datos recogidos desde el año 200 al 2009. Se trata de que intenten adivinar que variable recoge la serie negra y qué datos la serie roja. Que intenten adivinar, sin escala... se dejan unos minutos de debate y se les informa de que la correlación entre estas dos series es del 99,26% (es decir, directa y altísima). ¿Qué creen que pueden ser?

Cuando se agote el diálogo se les explica que la serie negra refleja el consumo per cápita de margarina en Estados Unidos mientras que la serie negra indica la tasa de divorcio en el estado norteamericano de Maine. Es decir, que una alta correlación no implica causalidad.



Matemáticas

Actividades de desarrollo (Conocer) 10 minutos En la sesión de hoy vamos a trabajar con un subconjunto de datos que se pueden descargar actualizados de la web de Estadística de la UNESCO: <a href="http://data.uis.unesco.org/">http://data.uis.unesco.org/</a>

Vamos a analizar la correlación entre estas dos variables (2018):

El Producto Interior Bruto (PIB) per cápita en Dólares americanos de unos países

El % de niños no escolarizados en Educación Secundaria en los mismos países

Se les proporciona la siguiente tabla de datos del **Anexo 2**.

Y se les pide, por grupos, que realicen el estudio estadístico de ambas variables calculando media, varianza y desviación típica para cada una de ellas y covarianza, coeficiente de Pearson y rectas de regresión.

Actividades de desarrollo o aplicación (Consolidar) 20 minutos

Se les da tiempo para realizar el estudio y comparar resultados entre grupos intentando que den sentido al coeficiente de correlación calculado (debe estar en torno a -0,66).



Se recupera la actividad de inicio sobre causalidad y correlación tratando de hacer una reflexión compartida sobre lo que han trabajado hoy. Antes de terminar la sesión se les proporciona el enlace de la web estadística de la UNESCO y se les pide que, por grupos, realicen su propio estudio de un par de variables cualesquiera. Se les presentan los ODS 1 y 4 de la web de la ONU para que seleccionen los datos que más relevantes les parezcan.

Objetivo 1: https://www.un.org/sustainabledevelopment/es/poverty/

Objetivo 4: https://www.un.org/sustainabledevelopment/es/education/

Es un trabajo para realizar en casa o se puede dedicar alguna sesión antes de la presentación de resultados para trabajar de manera pautada en un aula de informática. Se debe insistir en que la parte más interesante del trabajo es el análisis de la experiencia y el resultado de su reflexión sobre la correlación de las variables estudiadas. De cara a la sesión de presentación, se les proporciona la rúbrica de evaluación que se utilizará (Ver Anexo 1).

Actividad final: metacognición o transferencia 15 minutos

### Mecanismos de Evaluación

Estándares o criterios de evaluación	4.4.1. Interpreta críticamente datos de tablas y gráficos estadísticos.	4.4.2. Representa datos mediante tablas y gráficos estadísticos utilizando los medios tecnológicos más adecuados. 4.4.3. Calcula e interpreta los parámetros estadísticos de una distribución de datos utilizando los medios más adecuados (lápiz y papel, calculadora u ordenador).	4.4.4. Selecciona una muestra aleatoria y valora la representatividad de la misma en muestras muy pequeñas. 4.4.5. Representa diagramas de dispersión e interpreta la relación existente entre las variables.
Indicadores competenciales	CL 1.1, CL 1.2, CL 1.3, CL 1.5 CL 1.6, CL 1.7	CMCT 1.1, CMCT 1.2, CMCT 1.3, CMCT 1.4, CMCT 1.5, CMCT 1.6, CMCT 1.7, CMCT 1.8 CMCT 2.1, CMCT 2.2, CMCT 2.3 CMCT 2.4, CMCT 2.5, CMCT 2.6 CMCT 2.7, CMCT 2.8, CMCT 2.9, CMCT 5.1, CMCT 5.2, CMCT 5.3, CMCT 5.4, CMCT 5.6 CMCT 5.7, CMCT 6.1, CMCT 6.4	CSC 1.1, CSC 1.2, CSC 1.3, CSC 1.4, CSC 1.5, CSC 1.6, CSC 2.1 CSC 2.2, CSC 2.3, CSC 2.4, CSC 2.5, CSC 3.1, CSC 3.2, CSC 3.3 CSC 4.1, CSC 4.2, CSC 4.3, CSC 4.4, CSC 5.1, CSC 5.2, CSC 5.4 CEC 2.8, CEC 2.10, CEC 2.11 CPAA 1.1, CPAA 1.2, CPAA 1.3, CPAA 1.4, CPAA 1.5, CPAA 1.6, CPAA 2.3, CPAA 2.4, CPAA 2.5
Herramientas de evaluación	Se puede valorar el resultado del trabajo en grupo así como la implicación y participación de cada uno de los miembros.		

pag.14

#### Sesión de Evaluación

Actividad de Inicio o de activación 5 minutos

A modo de inicio se recuerda la rúbrica de evaluación presentada al final de la sesión anterior



Cada grupo expone su trabajo mientras el profesor evalúa el trabajo utilizando la rúbrica presentada. Dependiendo del número de grupos, el tiempo de presentación será mayor o menor. Si hay un gran número de grupos, esta sesión se puede desdoblar, dejando la actividad final para la última sesión.

Actividades de desarrollo o aplicación (Consolidar) 45 minutos

Actividad final: metacognición o transferencia 5 minutos Como conclusión a la sesión se les pide realizar la rutina "Antes pensaba, ahora pienso" con los resultados obtenidos en su análisis.

### Mecanismos de Evaluación

Estándares o criterios de evaluación	1.1.1. Expresa verbalmente, de forma razonada, el proceso seguido en la resolución de un problema, con el rigor y la precisión adecuada. 1.5.1. Expone y defiende el proceso seguido además de las conclusiones obtenidas, utilizando distintos lenguajes: algebraico, gráfico, geométrico y estadísticoprobabilístico.	4.3.1. Utiliza un vocabulario adecuado para describir, cuantificar y analizar situaciones relacionadas con el azar.	4.4.1. Interpreta críticamente datos de tablas y gráficos estadísticos. 4.4.2. Representa datos mediante tablas y gráficos estadísticos utilizando los medios tecnológicos más adecuados. 4.4.3. Calcula e interpreta los parámetros estadísticos de una distribución de datos utilizando los medios más adecuados (lápiz y papel, calculadora u ordenador). 4.4.4. Selecciona una muestra aleatoria y valora la representatividad de la misma en muestras muy pequeñas. 4.4.5. Representa diagramas de dispersión e interpreta la relación existente entre las variables.
Indicadores competenciales	CL 1.1, CL 1.2, CL 1.3, CL 1.5, CL 1.6, CL 1.7 CMCT 1.1, CMCT 1.2, CMCT 1.3, CMCT 1.4, CMCT 1.5, CMCT 1.6, CMCT 1.7, CMCT 1.8, CMCT 2.1, CMCT 2.2, CMCT 2.3, CMCT 2.4, CMCT 2.5, CMCT 2.6, CMCT 2.7, CMCT 2.8, CMCT 2.9, CMCT 5.1, CMCT 5.2, CMCT 5.3 CMCT 5.4, CMCT 5.6, CMCT 5.7, CMCT 6.1, CMCT 6.4, CMCT 6.	CD 1.1, CD 1.2, CD 1.3, CD 1.4 CD 1.5, CD 1.6, CD 2.1, CD 2.2 CD 2.4, CD 2.5	CSC 1.1, CSC 1.2, CSC 1.3 CSC 1.4, CSC 1.5, CSC 1.6, CSC 2.1, CSC 2.2, CSC 2.3, CSC 2.4 CSC 2.5, CSC 3.1, CSC 3.2, CSC 3.3, CSC 4.1, CSC 4.2, CSC 4.3 CSC 4.4, CSC 5.1, CSC 5.2, CSC 5.4 CEC 2.8, CEC 2.10, CEC 2.11 CPAA 1.1, CPAA 1.2, CPAA 1.3, CPAA 1.4, CPAA 1.5, CPAA 1.6 CPAA 1.7, CPAA 2.1, CPAA 2.2 CPAA 2.3, CPAA 2.4, CPAA 2.5 SIE 1.1, SIE 1.2, SIE 1.3, SIE 1.4 SIE 1.5, SIE 1.6
Herramientas de evaluación	Rúbrica propuesta		

#### Herramientas de Evaluación que voy a utilizar en la unidad

Observación directa

Rúbrica de evaluación (sesiones 3 y 4)

#### **Herramientas TIC**

Herramienta de hoja de cálculo (Excel, Google Sheets...)

Mindomo (mapas conceptuales)

Corubrics

#### Atención a la diversidad

Dado que las actividades a desarrollar por el alumnado son grupales, se ha de tener en cuenta a los alumnos con necesidades educativas especiales a la hora de formar los equipos de trabajo. Es importante, por tanto, asegurarse de que los equipos están competencialmente equilibrados.

# ¿Cómo vamos a documentar? ¿Quiénes? Diario de proyecto, evidencias, videos, fotos, evaluaciones ....

El propio trabajo de investigación puede servir como documentación final. También otras herramientas intermedias, como el estudio de peso-altura o las preguntas estrella de la primera sesión, el mapa mental de la segunda o el análisis estadístico de la tercera.

#### Evaluación de la unidad

Las propuestas de evaluación están sugeridas en cada sesión. No debe olvidarse el feedback formativo allá donde sea posible realizarlo mediante observación directa del trabajo en el aula o en la entrega de tareas pedidas.